氏名	佐藤　進
学位の種類	博　士（理　学）
学位記番号	第3545号
学位授与年月日	平成11年3月24日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当者
学位論文名	On projections in 2-knot theory （2次元結び目理論における射影図について）
論文審査委員	主査　教授　河内　明夫　　副主査　教授　枡田　幹也 副主査　助教授　金信　泰造

論文内容の要旨

4次元ユークリッド空間R^4内に埋め込まれた閉曲面Fの研究（2次元結び目理論）における基本的手段として，射影で$\pi: R^4 \to R^3$によるFの射影図$\pi(F)$を用いることがある。

$\pi(F)$の自己交叉（これをdouble point setという）は，double point curvesおよびisolated branch points/triple points から構成されているとみることができる。一般に，このような自己交叉のみをもつR^3内の曲面をgeneric surface という。

1次元結び目理論における射影と異なり，全てのgeneric surface$\subset R^3$が必ずしもR^4内に埋め込まれた閉曲面の射影になるとは限らない。与えられたgeneric surfaceがR^4内に埋め込まれた閉曲面に持ち上がるかどうかの判定方法はすでにいくつか知られている。

この論文において我々は，generic surface$\subset R^3$のdouble point setに対するBW orientationと呼ばれる向きを定義し，与えられたgeneric surfaceが持ち上がるための必要十分条件は，そのdouble point setがBW orientationを許容することであることを示した。（BWとは，R^3におけるgeneric surfaceの補空間に対するcheckerboard coloring…black/whiteからきている。）

応用として，R^4内に埋め込まれた閉曲面のgeneric projection上にある，2種類のtriple pointsと4種類のbranch pointsの個数の間に成り立つ等式の，簡明な別証明が得られる。

向き付け不可能な閉曲面$F \subset R^4$に対して，normal Euler numberとよばれる埋め込みに関する不変量$e(F)$が定義される。これについて，次の結果を示した。

定理　$\pi(F)$に含まれるtriple pointが高々1個ならば，Fは$|e(F)|/2$個の射影平面の標準的埋め込みと$e(F')=0$をみたす閉曲面の埋め込みF'の連結和に分解できる。

この応用として，次の樹下予想が『$\pi(P)$に含まれるtriple pointが高々1個』という条件の下で，正しいことが分かる。

予想　任意の射影平面の埋め込み$P \subset R^4$は，射影平面の標準的埋め込みと球面の埋め込みの連結和に分解できるだろう。

論文審査の結果の要旨

3次元空間内の古典的結び目理論の研究においては，3次元空間から平面への正射影により生ずる結び目の射影図を研究するのが基本的であるが，4次元空間内の曲面結び目の研究においても同様に，4次元

空間から３次元空間への正射影により生ずる曲面結び目の射影図を研究するのが基本的である。本論文において佐藤氏は，３次元空間内の一般の位置にある曲面の２重特異点の軌跡であるグラフを調べることで，その曲面がある曲面結び目の射影図となっているかどうかを簡単に判定する方法を開発した。C.Gillerや S.Carter-M.Saitoにより以前いくつか判定方法が知られていたが，佐藤氏は「BW向き」と呼ぶ向きをグラフが許容することがその曲面がある曲面結び目の射影図となっているための必要十分条件であるという定理（定理1.3)を確立することにより，この判定問題にグラフが「BW向き」を許容するかどうかという簡単にチェック可能な解答を与えた点ですぐれている。またすべての射影平面結び目は自明な射影平面結び目と２次元球面結び目の和になるだろうという「樹下予想」について，その射影図が高々１個の３重点をもつ場合には，この予想は正しい（系1.2)という部分解答を与えた点も高く評価できる。１章では基礎的な概念や主結果（定理1.1,系1.2,定理1.3)が述べられている。２章では高々１個の３重点を射影図にもつような向き付け不能曲面結び目について述べ，系1.2の拡張である定理1.1の証明が与えられている。３章では「BW向き」の定義や定理1.3の証明が与えられている。

以上により，本論文は曲面結び目についての新しい知見を射影図の観点から与えられたもので，結び目理論研究・位相幾何学の発展に大きく寄与するものであり，博士（理学）の学位を授与するに値するものと審査した。